

Exercice 1

Étudier l'injectivité, la surjectivité et la bijectivité des applications suivantes. Lorsqu'elles sont bijectives, déterminer les applications réciproques.

$$1. f : \begin{cases} \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \sqrt{x} \end{cases}$$

$$7. f : \begin{cases} [-1, 1] \rightarrow [0, 1] \\ x \mapsto |x| \end{cases}$$

$$13. f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow]1, +\infty[\\ x \mapsto e^{-x} + 1 \end{cases}$$

$$2. f : \begin{cases} \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ x \mapsto \sqrt{x} \end{cases}$$

$$8. f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^3 \end{cases}$$

$$14. f : \begin{cases}]-1, +\infty[\rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \ln(1+x) \end{cases}$$

$$3. f : \begin{cases} \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ x \mapsto x+1 \end{cases}$$

$$9. f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^4 \end{cases}$$

$$15. f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow]-4, +\infty[\\ x \mapsto 2^x - 4 \end{cases}$$

$$4. f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x+1 \end{cases}$$

$$10. f : \begin{cases} \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ x \mapsto x^4 \end{cases}$$

$$16. f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \\ x \mapsto \cos(x) + \sin(x) \end{cases}$$

$$5. f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto |x| \end{cases}$$

$$11. f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^5 \end{cases}$$

$$17. f : \begin{cases} \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} \\ n \mapsto 2n+1 \end{cases}$$

$$6. f : \begin{cases} \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto |x| \end{cases}$$

$$12. f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto x^n, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Exercice 2

Soit $f :]1, +\infty[\rightarrow]0, +\infty[$ telle que $f(x) = x^2 - 1$. f est-elle une bijection ?

Exercice 3

Soit f définie par $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$.

1. Étudier la fonction f . On note \mathcal{D}_f son domaine de définition.
2. L'application f est-elle injective de \mathcal{D}_f dans \mathbb{R} ? Surjective de \mathcal{D}_f dans \mathbb{R} ?
3. Montrer que la restriction $g :]2, +\infty[\rightarrow]-\infty, -4[$ est une bijection.

Exercice 4

Soit f une application définie par $f(x) = \frac{x-1}{1-2x}$. Montrer que f est bijective de \mathcal{D}_f sur un sous ensemble de \mathbb{R} à déterminer et déterminer f^{-1} .